

מתמטיקה למנהלים ב

פרק 3 - רציפות של פונקציה

תוכן העניינים

1. רציפות של פונקציה 1

רציפות של פונקציה

שאלות

בשאלות 1-3 בדקו את רציפות הפונקציות ב"נקודת התפר" של $x=1$ שלהן:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x < 2 \\ x-3 & x \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \leq 1 \\ |x-2| & 1 < x < 2 \\ 1 & x = 2 \\ x-2 & x > 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ 1 + e^{\frac{1}{x}} & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

(4) עבור כל אחת מהפונקציות בשאלות 1-3:

רשמו עבור כל נקודת אי רציפות מאיזה סוג היא.

בנוסף, הדגימו פונקציה בעלת נקודת אי רציפות מסוג שני.

בשאלות 5-7, מה צריך להיות הערך הקבוע של k , על מנת שהפונקציות תהיינה רציפות לכל x ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} & x \neq 1 \\ k & x = 1 \end{cases} \quad (6)$$

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + x - 2 & x \leq 2 \\ 5kx - 6 & x > 2 \end{cases} \quad (5)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x-2} & x \neq 2 \\ k & x = 2 \end{cases} \quad (7)$$

¹ נקודת התפר היא הנקודה בה נוסחת הפונקציה משתנה. למשל, נקודת התפר בסעיף א' היא $x = 0$.

בשאלות 8-10: מה צריכים להיות הערכים של הקבועים a ו- b , על מנת שהפונקציות תהיינה רציפות בתחום הגדרתן?

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{2x} & 0 < x < \pi \\ a \cos x & x \geq \pi \end{cases} \quad (8)$$

$$f(x) = \begin{cases} a\sqrt[3]{x} + x^2 & x < -1 \\ bx^2 + x - 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ 4 \frac{\sqrt{x-1+a} - \sqrt{a}}{\sqrt{a}(x-1)} & x > 1 \end{cases} \quad (9)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^{1-x}} & x > 1 \\ (x-1)\ln(x+1) + b & 0 \leq x \leq 1 \\ a \frac{2^{\frac{1}{x}} - 2}{2^{\frac{1}{x}} + 4} & x < 0 \end{cases} \quad (10)$$

תשובות סופיות

- (1) רציפה בנקודה $x=1$, לא רציפה בנקודה $x=2$.
- (2) רציפה בנקודות $x=0,1$, לא רציפה בנקודה $x=2$.
- (3) לא רציפה.
- (4) 5. סליקה. 6. סליקה. 4. סוג ראשון. 3. סליקה.
- (5) $k=1$
- (6) $k=4$
- (7) $k=\frac{2}{3}$
- (8) $a=0, b=\frac{1}{2}$
- (9) $a=2, b=1$ או $a=1, b=2$
- (10) $a=-2e^{-1}, b=e^{-1}$